PART2 地学のための物理

目標 単振り子の周期と重力加速度との関係について説明できる。

Chapter1　単振動と振り子の等時性

重力加速度の測定は，地球の形や内部構造の推定において重要な役割を果たしてきました。ここでは，重力加速度の測定に利用された単振り子の性質について学びましょう。

単振動の力と周期

・**単振動**

ばねにおもりをつるして静止した状態から少し下に引き，手を離すと，おもりは一定の周期で上下運動する。このとき，静止した位置からの変位を x，時刻を t とすると，定数 A, ω を用いて

$$x = A\sin\omega t$$

と表せる。このような運動を**単振動**といい，A を振幅，ω を角振動数という。

知っておこう
単振動については物理で学習します。

・**単振動の復元力と周期**

単振動は，物体を振動の中心に戻そうとする力がはたらくことで起こる。この力を**復元力**という。

単振動の復元力 F は振動の中心からの変位 x に比例し，正の定数 k を用いて

$$F = -kx \quad \cdots\cdots①$$

と表せる。

知っておこう
①式の右辺に「－」がついているのは，振動の中心から見た変位の向きと，復元力のはたらく向きが逆向きになるからです。

また，このときの単振動の周期 T は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \cdots\cdots②$$

と表せる（ただし，m は物体の質量）。

振り子の等時性

・単振り子

重さを無視できる軽い糸に小球をつるし，鉛直方向の平面内で振らせたものを単振り子という。

・単振り子の復元力と周期

単振り子の復元力 F は，おもりにはたらく重力の接線方向の成分である。よって，糸が鉛直方向となす角を θ とすると

$$F = -mg\sin\theta \quad \cdots\cdots③$$

と表せる（ただし，m はおもりの質量）。θ が小さいとき，$\sin\theta$ は振り子の長さ l と弧に沿った変位 x を用いて

$$\sin\theta = \frac{x}{l}$$

と近似できるので，③式は

$$F = -\frac{mg}{l}x \quad \cdots\cdots④$$

となる。

さらに，①式と④式より

$$k = \frac{mg}{l}$$

と考えてよいので，②式は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}}$$

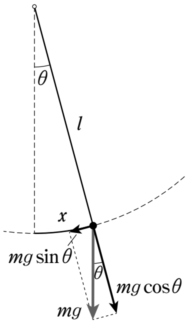
$$= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \cdots\cdots⑤$$

と表せる。

⑤式は単振り子の周期がおもりの質量や振り子の振幅によらず一定であることを表しており，このことを**振り子の等時性**という。

知っておこう

左の内容は，次の図を参考にすると少しわかりやすくなるでしょう。



知っておこう

単振り子の周期を求める過程で「θが小さい」と仮定しているため，⑤式は振幅が小さいときにのみ成り立ちます。

まとめ

・重さを無視できる軽い糸に小球をつるし，鉛直方向の平面内で振らせたものを単振り子という。
・重力加速度が g のとき，長さ l の単振り子の周期は，おもりの質量や振り子の振幅によらず______と表せる。

Chapter2　演習問題

ここでは，振り子の周期の測定例をもとにして，重力加速度を推定してみましょう。

問題(1)　単振り子の周期と重力加速度に関する次の文章中の空欄［　**ア**　］・［　**イ**　］に入る式を答えましょう。

単振り子の長さを l，重力加速度を g，周期を T とすると

$$T = [\quad \text{ア} \quad]$$

が成り立つので，

$$L = [\quad \text{イ} \quad]\, T^2$$

と表せる。

すなわち，横軸を T^2，縦軸を L とすると，グラフは原点を通る直線になり，その傾きから重力加速度 g の値を求められる。

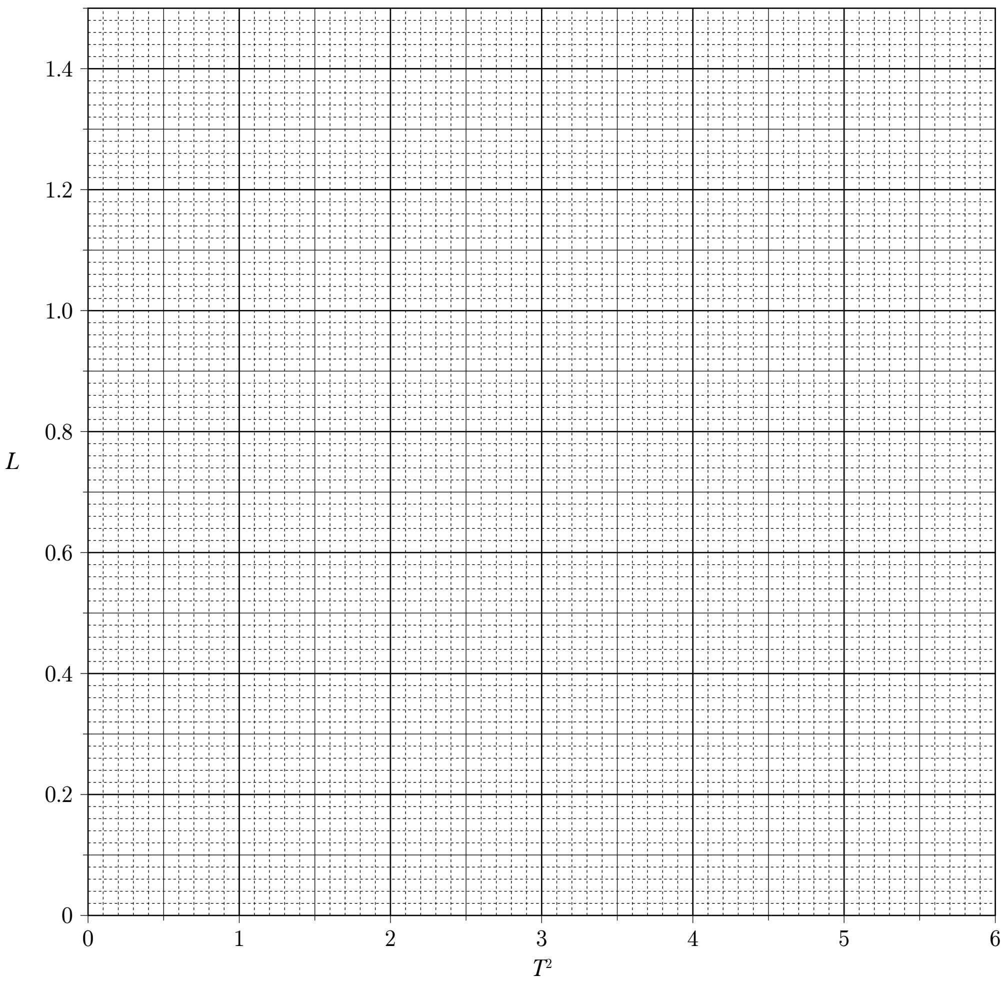
問題(2)　次の表は，ある地点で測定された，単振り子の長さと100周期の時間との関係です。この表の空欄を埋め，横軸を T^2，縦軸を L とした図中に，測定結果を●で描きましょう。また，原点を通り，測定結果を最もよく説明するような直線を描き，その傾きを小数第3位までの概数で答えましょう。

振り子の長さ〔cm〕	100周期の時間〔s〕	周期 T〔s〕	T^2〔s^2〕	長さ L〔m〕
60.9	156.70			
90.6	190.97			
117.6	217.50			
148.2	244.43			

知っておこう

単振り子の1周期の時間は短く，直接測定すると測定値に対する誤差の割合が大きくなってしまいます。そのため，左のように多数の周期の合計時間を測定し，測定値に対する誤差の割合を小さくするのです。

ただし，今回の**問題**(2)では測定値をグラフに描くことが目標なので，T^2 を計算するときにはグラフに描けないほど小さな位まで値を求める必要はありません。



問題⑶　問題⑴と問題⑵の結果をもとに重力加速度を求め，上から 3 桁の概数で答えましょう。ただし，円周率は 3.14 とします。

第22講 PART2　確認問題

問 1　次の問いに答えよ。

(1)　物体が単振動をしている。振動の中心（つり合いの位置）からの変位を x，時刻を t とするとき，この単振動を表す式はどれか。最も適当なものを，次の①～④のうちから一つ選べ。ただし，A，ωは定数とする。

①　$x = \omega t + A$　　②　$x = \frac{A}{\omega t}$

③　$x = A\sin\omega t$　　④　$x = A\log_{10}\omega t$

(2)　質量 m の物体が，変位 x に対して復元力 $-kx$（kは正の定数）を受けて単振動をしている。このとき，$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ は何を表すか。最も適当なものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

①　周期　②　速度　③　加速度　④　振幅

(3)　単振り子の振れが小さいとき，周期は何によって決まるか。最も適当なものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

①　おもりの質量　②　おもりの形

③　振り子の振幅　④　振り子の長さ

< Note >

第 22 講　地学のための基礎知識

PART1　地学のための数学

問題(1)　【※図参照】

問題(2)　【※図参照】

問題(3)　$\log_{10}\dfrac{E}{E_0}=\dfrac{3}{2}M$

問題(4)　$E=E_0 10^{\frac{3}{2}M}$

問題(5)　ア：$\dfrac{3}{2}(M_A-M_B)$　イ：$\dfrac{3}{2}(M_A-M_B)$　ウ：3.3　エ：3　オ：2

カ：2×10^3　キ：2×10^3

PART2　地学のための物理

問題(1)　ア：$2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$　イ：$\dfrac{g}{4\pi^2}$

問題(2)　【※図参照】

問題(3)　$9.78\mathrm{m/s^2}$

PART3　地学のための化学

問題(1)　半分，4 分の 1，3，3 つ

問題(2)　$0.11\mathrm{nm^3}$

問題(3)　8 分の 1，2，4，2 つ

問題(4)　$0.048\mathrm{nm^3}$

問題(5)　1.6

PART4　地学のための地理

問題(1)　2500，10m

問題(2)　【※図参照】

問題(3)　【※図参照】

問題(4)　【※図参照】

第 22 講　PART2　確認問題　解答

問 1

(1)　③

解説：

単振動の式は $x = A\sin\omega t$ で表され，A を振幅，ω を角振動数という。

(2)　①

解説：

質量 m の物体が復元力 $-kx$ を受けて運動するとき，物体は単振動をし，周期 T は $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ と表される。

(3)　④

解説：

長さ l の単振り子の周期は，振れが小さいとき $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ と表すことができ，おもりの質量や振り子の振幅によらない。